

## Études mathématiques

### Niveau moyen

### Épreuve 1

Jeudi 4 mai 2017 (après-midi)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.



Le total des points sera attribué pour une réponse correcte. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. Considérez les nombres  $p = 2,78 \times 10^{11}$  et  $q = 3,12 \times 10^{-3}$ .
- (a) Calculez  $\sqrt[3]{\frac{p}{q}}$ . Donnez l'affichage complet de votre calculatrice. [2]
  - (b) Écrivez votre réponse de la partie (a)
    - (i) correcte à deux décimales près ;
    - (ii) correcte à trois chiffres significatifs près. [2]
  - (c) Écrivez votre réponse de la **partie (b)(ii)** sous la forme  $a \times 10^k$ , où  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]

Résolution :

Réponses :

- (a) .....
- (b) (i) .....
- (ii) .....
- (c) .....

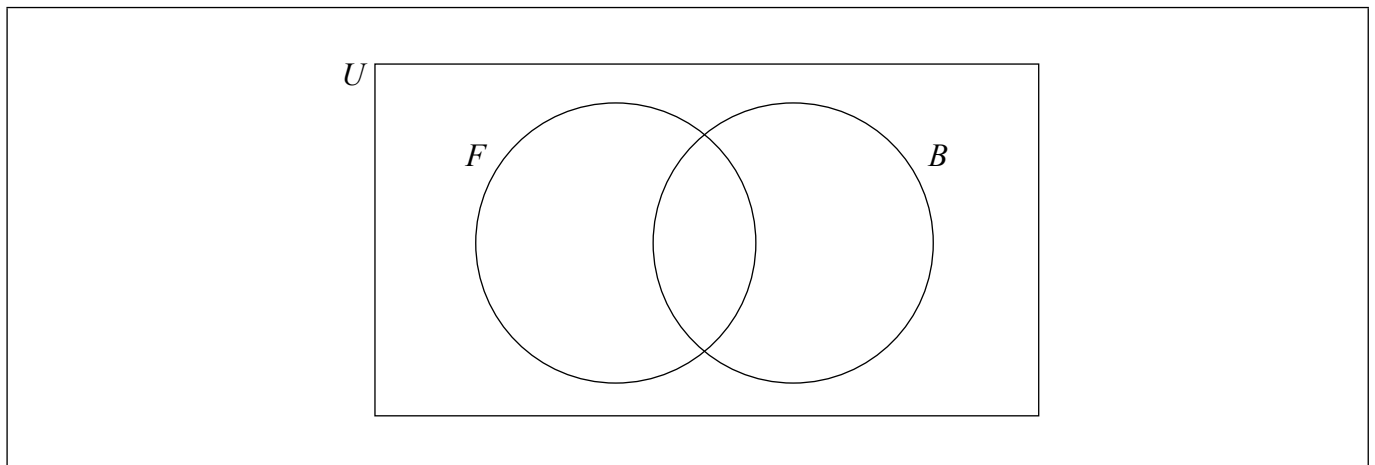


2. Tous les enfants d'un camp d'été pratiquent au moins un sport, à choisir parmi le football ( $F$ ) ou le basket-ball ( $B$ ). Il y a 15 enfants qui pratiquent les deux sports.

Le nombre d'enfants qui pratiquent seulement le football est le double du nombre d'enfants qui pratiquent seulement le basket-ball.

Soit  $x$  le nombre d'enfants qui pratiquent seulement le football.

- (a) Écrivez une expression, en fonction de  $x$ , pour le nombre d'enfants qui pratiquent seulement le basket-ball. [1]
- (b) Complétez le diagramme de Venn en utilisant les informations précédentes. [2]



Il y a 120 enfants dans le camp d'été.

- (c) Trouvez le nombre d'enfants qui pratiquent seulement le football. [2]
- (d) Écrivez la valeur de  $n(F)$ . [1]

**Résolution :**

**Réponses :**

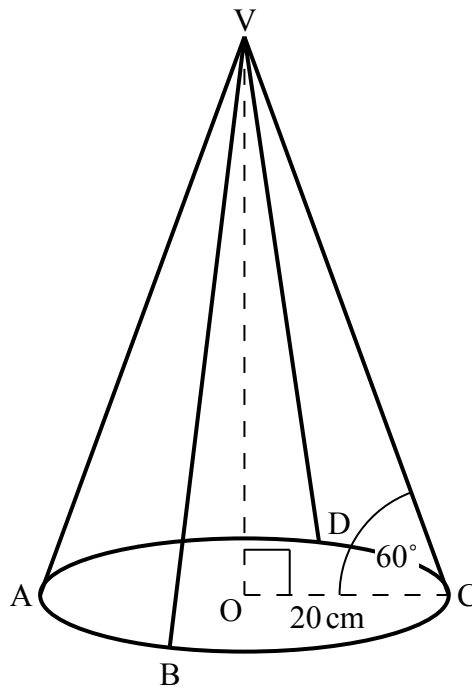
- (a) .....
- (c) .....
- (d) .....



3. Un abat-jour, de forme conique, possède une armature en fil de fer composée d'un anneau circulaire et de quatre pièces droites de longueur égale, attachées à l'anneau aux points A, B, C et D.

Le centre de l'anneau se trouve au point O et son rayon est de 20 centimètres. Les pièces droites de l'armature se rencontrent au point V, qui est verticalement au-dessus de O, et l'angle qu'elles forment avec la base de l'abat-jour est de  $60^\circ$ .

Ces informations sont montrées dans le diagramme suivant.



la figure n'est pas à l'échelle

- (a) Trouvez la longueur d'une des pièces droites faisant partie de l'armature. [2]
- (b) Trouvez la longueur totale de fil de fer nécessaire pour construire l'armature. Donnez votre réponse en centimètres, correcte au millimètre près. [4]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 3)

Résolution :

Réponses :

(a) .....

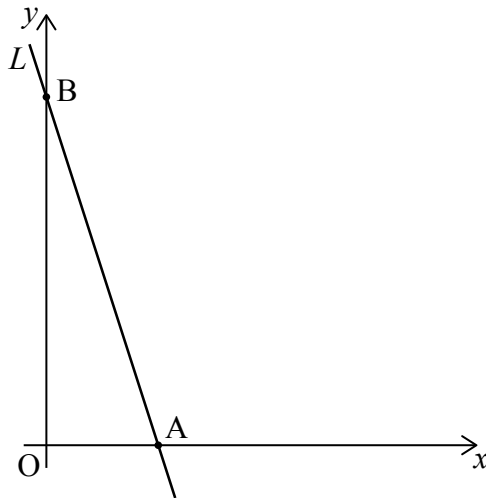
(b) .....



24EP05

Tournez la page

4. La droite  $L$  coupe l'axe des abscisses au point A et l'axe des ordonnées au point B, tel que montré dans le diagramme.



La longueur du segment de droite OB est trois fois la longueur du segment de droite OA, où O est l'origine.

- (a) Trouvez la pente de  $L$ . [2]

Le point  $(2; 6)$  est sur la droite  $L$ .

- (b) Trouvez l'équation de  $L$  sous la forme  $y = mx + c$ . [2]

- (c) Trouvez l'abscisse du point A. [2]

Résolution :

Réponses :

- (a) .....  
(b) .....  
(c) .....



5. Tomás s’amuse avec des bâtons et il construit les trois premiers diagrammes d’un modèle. Ces diagrammes sont montrés ci-dessous.

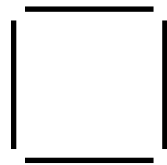


Diagramme 1

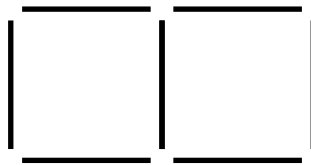


Diagramme 2

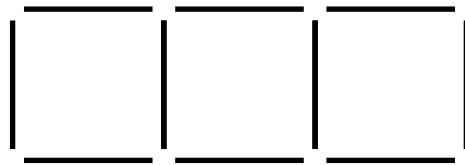


Diagramme 3

Tomás continue à construire des diagrammes suivant ce modèle.

- (a) Le diagramme  $n$  est construit avec 52 bâtons. Trouvez la valeur de  $n$ . [3]

Tomás construit un total de 24 diagrammes.

- (b) Trouvez le nombre total de bâtons utilisés par Tomás pour l’ensemble des 24 diagrammes. [3]

**Résolution :**

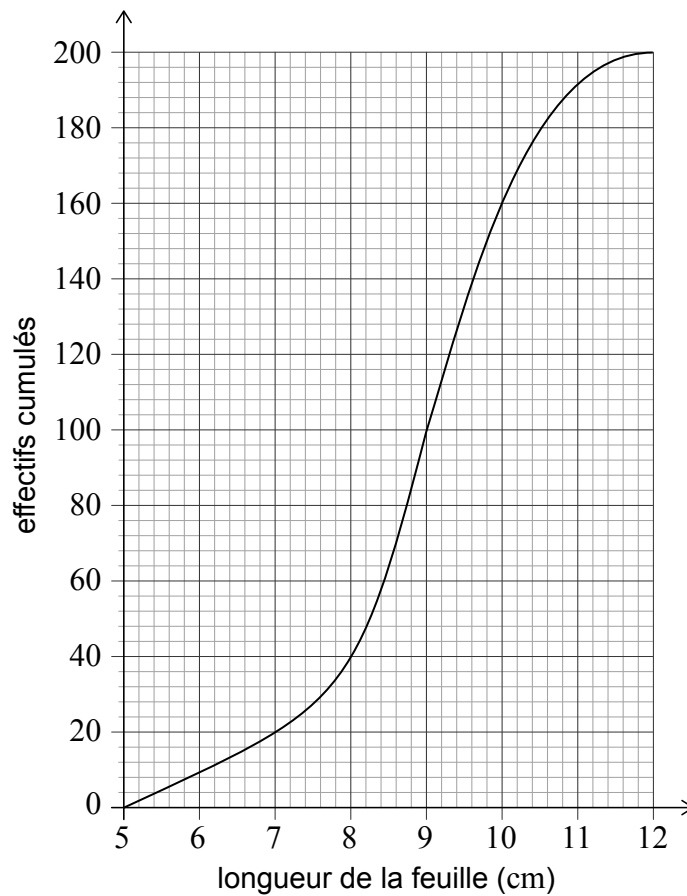
**Réponses :**

(a) .....

(b) .....



6. Pour réaliser une étude, une chercheuse a recueilli 200 feuilles provenant de chênes. Après avoir mesuré les longueurs des feuilles, en cm, elle a construit la courbe des effectifs cumulés suivante.



- (a) Écrivez la longueur médiane de ces feuilles. [1]
- (b) Écrivez le nombre de feuilles ayant une longueur inférieure ou égale à 8 cm. [1]

La chercheuse trouve que 10% des feuilles ont une longueur supérieure à  $k$  cm.

- (c) (i) Utilisez la courbe pour trouver la valeur de  $k$ .
- (ii) Avant de mesurer la longueur des feuilles, la chercheuse a estimé  $k$  à environ 9,5 cm. Trouvez le pourcentage d'erreur dans son estimation. [4]

(Suite de la question à la page suivante)





(Suite de la question 6)

Résolution :

Réponses :

(a) .....

(b) .....

(c) (i) .....

(ii) .....



24EP09

Tournez la page

7. Les nombres 1, 2, 3 et 4 sont inscrits respectivement sur chaque face d'un dé tétraédrique (quatre faces). Le dé est lancé plusieurs fois et les résultats sont notés. Le tableau ci-dessous montre la distribution d'effectifs résultante.

Résultat	1	2	3	4
Effectifs	18	$x$	$y$	22

Le dé a été lancé 100 fois au total.

- (a) Écrivez une équation, en fonction de  $x$  et  $y$ , pour le nombre total de fois que le dé a été lancé. [1]

Le résultat moyen est de 2,71.

- (b) En utilisant le résultat moyen, écrivez une deuxième équation en fonction de  $x$  et  $y$ . [2]

- (c) Trouvez la valeur de  $x$  et celle de  $y$ . [3]

Résolution :

Réponses :

(a) .....

(b) .....

(c) .....



8. Claudia voyage de Buenos Aires à Barcelone. Elle change 8000 pesos argentins (ARS) en euros (EUR).

Le taux de change est  $1 \text{ ARS} = 0,09819 \text{ EUR}$ . La banque facture 2% de commission pour cette opération de change.

- (a) Trouvez le montant d'euros que Claudia reçoit. Donnez votre réponse correcte à deux décimales près. [3]

Lorsque Claudia retourne à Buenos Aires, il lui reste 85 EUR et elle change de nouveau cet argent en ARS. Le taux de change est  $1 \text{ ARS} = 0,08753 \text{ EUR}$ . La banque facture  $r\%$  de commission. La commission facturée pour cette opération de change est de 14,57 ARS.

- (b) Trouvez la valeur de  $r$ . [3]

**Résolution :**

**Réponses :**

(a) .....

(b) .....



9. Considérez la suite géométrique  $u_1 = 18; u_2 = 9; u_3 = 4,5; \dots$
- (a) Écrivez la raison de la suite. [1]
  - (b) Trouvez la valeur de  $u_5$ . [2]
  - (c) Trouvez la plus petite valeur de  $n$  pour laquelle  $u_n$  est inférieur à  $10^{-3}$ . [3]

**Résolution :**

**Réponses :**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



10. L'entreprise Home Shine produit des ampoules, parmi lesquelles 7% sont défectueuses.

- (a) Écrivez la probabilité qu'une ampoule produite par Home Shine ne soit pas défectueuse. [1]

Francesco achète deux ampoules produites par Home Shine.

- (b) (i) Trouvez la probabilité que les deux ampoules ne soient pas défectueuses.
- (ii) Trouvez la probabilité qu'au moins une des ampoules de Francesco soit défectueuse. [4]

L'entreprise Bright Light produit également des ampoules. La probabilité qu'une ampoule produite par Bright Light ne soit pas défectueuse est  $a$ .

Deborah achète trois ampoules produites par Bright Light.

- (c) Écrivez une expression, en fonction de  $a$ , pour la probabilité qu'au moins une des trois ampoules de Deborah soit défectueuse. [1]

**Résolution :**

**Réponses :**

- (a) .....
- (b) (i) .....
- (ii) .....
- (c) .....



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.  
Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



24EP14

11. La masse d'une certaine variété d'épi de maïs chilien suit une distribution normale dont la moyenne est de 400 grammes et l'écart type est de 50 grammes.

(a) Écrivez la probabilité que la masse d'un de ces épis soit supérieure à 400 grammes. [1]

Un fermier identifie un de ces épis comme étant de première qualité si sa masse est supérieure à  $a$  grammes. Il y a 25% de ces épis qui sont identifiés comme étant de première qualité.

(b) Trouvez la valeur de  $a$ . [2]

(c) Estimez l'intervalle interquartile de la distribution. [3]

**Résolution :**

**Réponses :**

(a) .....

(b) .....

(c) .....

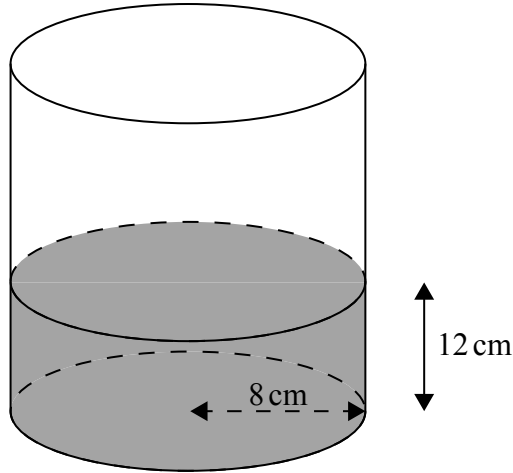


24EP15

Tournez la page

12. Un récipient cylindrique dont le rayon est de 8 cm est placé sur une surface plane. Le récipient est rempli d'eau jusqu'à une hauteur de 12 cm, tel que montré dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle

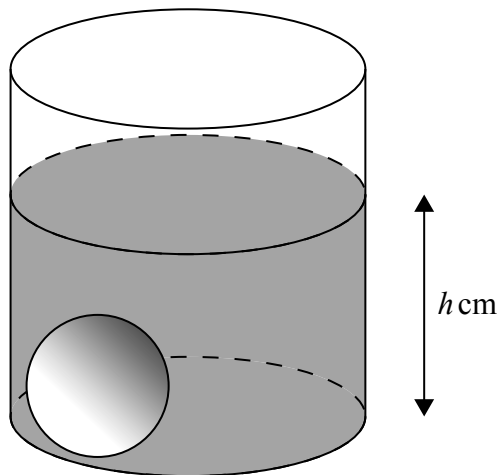


- (a) Trouvez le volume d'eau dans le récipient.

[2]

On laisse tomber dans le récipient une balle lourde dont le rayon est de 2,9 cm. Par conséquent, la hauteur de l'eau augmente à  $h$  cm, tel que montré dans le diagramme suivant.

la figure n'est pas à l'échelle



- (b) Trouvez la valeur de  $h$ .

[4]

(Suite de la question à la page suivante)





(Suite de la question 12)

Résolution :

Réponses :

(a) .....

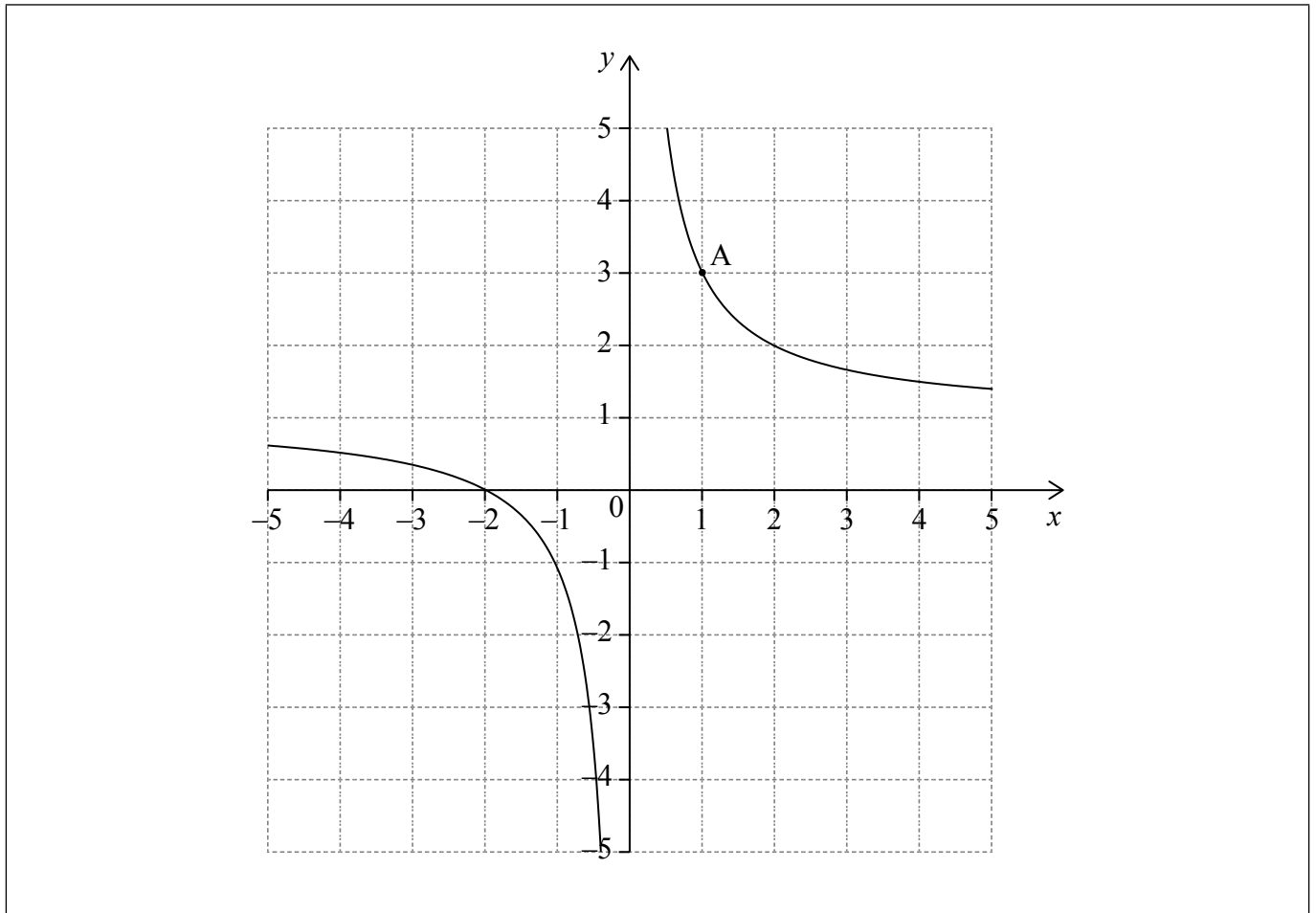
(b) .....



24EP17

Tournez la page

13. Le diagramme montre une partie de la représentation graphique d'une fonction  $y = f(x)$ . La représentation graphique passe par le point  $A(1; 3)$ .



- (a) Écrivez la valeur de  $f(1)$ . [1]

L'équation de la tangente à la représentation graphique de  $y = f(x)$  en  $A$  est  $y = -2x + 5$ .  
Soit  $N$  la normale à la représentation graphique de  $y = f(x)$  en  $A$ .

- (b) Trouvez l'équation de  $N$ . Donnez votre réponse sous la forme  $ax + by + d = 0$ , où  $a, b, d \in \mathbb{Z}$ . [3]
- (c) Dessinez la droite  $N$  sur le diagramme ci-dessus. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 13)

Résolution :

Réponses :

(a) .....

(b) .....



24EP19

Tournez la page

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.  
Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



24EP20

14. Jashanti épargne de l'argent pour acheter une voiture. Le prix de la voiture, en dollars américains (USD), peut être modélisé par l'équation

$$P = 8500(0,95)^t.$$

L'épargne de Jashanti, en USD, peut être modélisée par l'équation

$$S = 400t + 2000.$$

Dans chacune des équations,  $t$  représente le temps, en mois, depuis que Jashanti a commencé à épargner pour la voiture.

- (a) Écrivez le montant d'argent que Jashanti épargne par mois. [1]
- (b) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver le temps que cela prendra à Jashanti afin d'épargner assez d'argent pour acheter la voiture. [2]

Jashanti ne veut pas attendre trop longtemps et souhaite acheter la voiture deux mois après avoir commencé à épargner. Elle décide de demander à ses parents l'argent supplémentaire dont elle a besoin.

- (c) Calculez le montant d'argent supplémentaire dont Jashanti a besoin. [3]

**Résolution :**

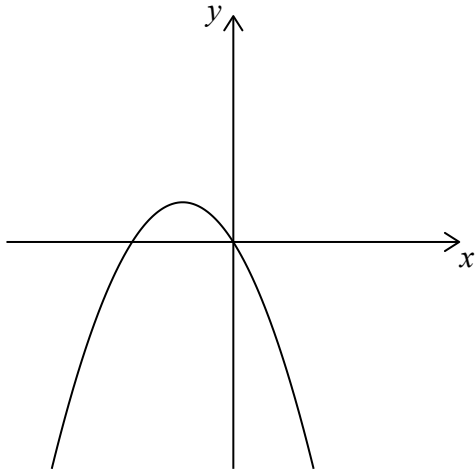
**Réponses :**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....

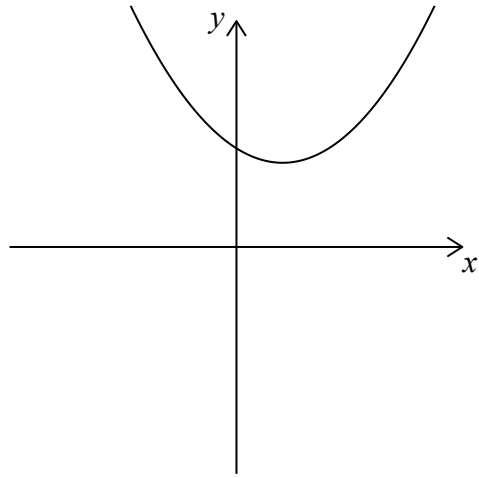


15. Considérez les représentations graphiques suivantes de fonctions du second degré.

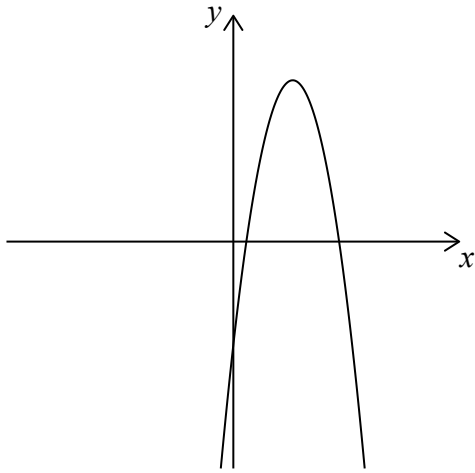
Représentation graphique 1.



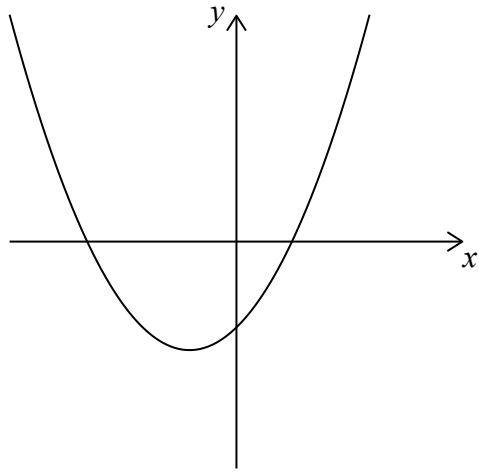
Représentation graphique 2.



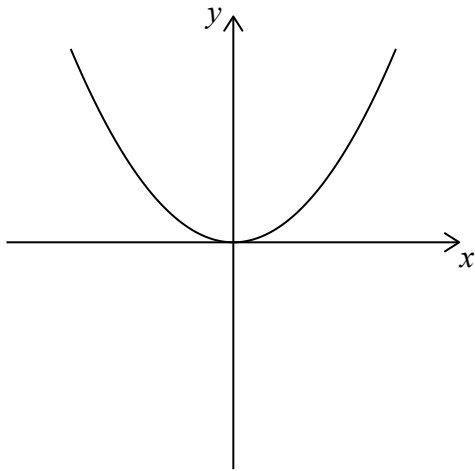
Représentation graphique 3.



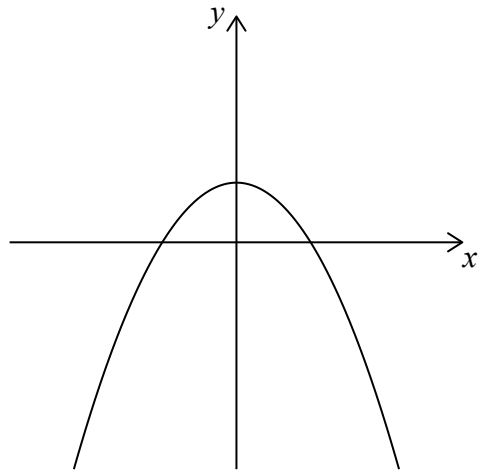
Représentation graphique 4.



Représentation graphique 5.



Représentation graphique 6.



(Suite de la question à la page suivante)



24EP22

**(Suite de la question 15)**

L'équation de chacune des fonctions du second degré peut s'écrire sous la forme  $y = ax^2 + bx + c$ , où  $a \neq 0$ .

Chacun des ensembles de conditions pour les constantes  $a$ ,  $b$  et  $c$ , dans le tableau ci-dessous, correspond à l'une des représentations graphiques de la page précédente.

Écrivez le numéro de la représentation graphique correspondant à chaque ensemble de conditions.

[6]

Conditions	Numéro de la représentation graphique
$a > 0, b < 0, c > 0$	
$a < 0, b = 0, c > 0$	
$a < 0, b > 0, c < 0$	
$a > 0, b = 0, c = 0$	
$a > 0, b > 0, c < 0$	
$a < 0, b < 0, c = 0$	



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.  
Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



24EP24